

แผนการจัดการเรียนรู้

รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

หน่วยการเรียนรู้ การคูณเมทริกซ์

เรื่อง สมบัติการคูณเมทริกซ์ (2)

เวลา 1 ชั่วโมง

ผลการเรียนรู้

เข้าใจความหมาย การคูณเมทริกซ์

สาระสำคัญ

ทฤษฎีบท 2

ให้ $A = [a_{ij}]_{m \times n}$, $B = [b_{ij}]_{n \times p}$ และ $C = [c_{ij}]_{p \times q}$ จะได้ว่า

1. $\underline{0}_{r \times m} A = \underline{0}_{r \times n}$ และ $A \underline{0}_{n \times r} = \underline{0}_{m \times r}$
2. $I_m A = A$ และ $A I_n = A$

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. บอกสมบัติที่เกี่ยวกับการคูณเมทริกซ์ได้
2. แก้ปัญหาที่เกี่ยวกับการคูณเมทริกซ์ได้

สาระการเรียนรู้

สมบัติของเมทริกซ์ที่เกี่ยวข้องกับการคูณ ในแผนการจัดการเรียนรู้มีดังต่อไปนี้

ให้ $A = [a_{ij}]_{m \times n}$, $B = [b_{ij}]_{n \times p}$ และ $C = [c_{ij}]_{p \times q}$ จะได้ว่า

1. $\underline{0}_{r \times m} A = \underline{0}_{r \times n}$ และ $A \underline{0}_{n \times r} = \underline{0}_{m \times r}$
2. $I_m A = A$ และ $A I_n = A$

ในกรณีทั่วไป ถ้า A เป็นเมทริกซ์ขนาด $n \times n$ ใดๆ แล้ว $I_n A = A I_n = A$

กระบวนการจัดการเรียนรู้

1. ครูทบทวนการคูณของเมทริกซ์ดังนี้

ตัวอย่างที่ 1 ตรวจสอบว่า $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 7 & 6 \end{bmatrix}$ และ $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 7 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ เท่ากันหรือไม่ โดยใช้เครื่องคำนวณ

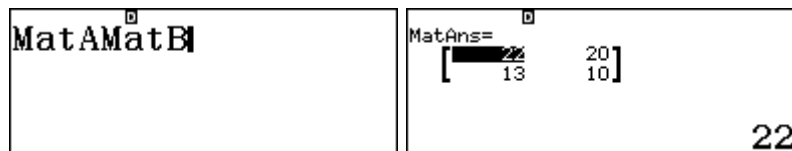
วิทยาศาสตร์ รุ่น fx-991EX Classwiz (ขั้นการตรวจสอบบนโทรศัพท์ที่ตลาดเคลื่อน)

ซึ่งแสดงการตรวจสอบได้ดังนี้

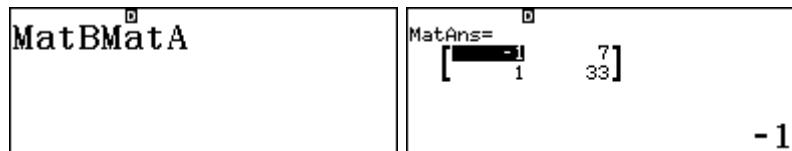
- กำหนดเมทริกซ์ A และ B

MatA=	$\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$	MatB=	$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 7 & 6 \end{bmatrix}$
	2		6

- คำนวณค่าของ AB



- คำนวณค่าของ BA



- จะพบว่า $AB \neq BA$

- ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้เรื่องสมบัติที่เกี่ยวกับการคูณเมทริกซ์
- ครูให้นักเรียนจับคู่ที่นั่งด้วยกัน เพื่อทำใบกิจกรรมที่ 4 โดยให้นักเรียนในแต่ละกลุ่มใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ รุ่น fx-991EX Classwiz ในการสำรวจคำตอบและให้นักเรียนในกลุ่มร่วมกันอภิปรายถึงข้อค้นพบในแต่ละข้อ (ขั้นการสำรวจและหาความสัมพันธ์)

- จากกิจกรรมในใบกิจกรรมข้อที่ 1 นักเรียนจะได้ตรวจสอบว่า
เมื่อ $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ แล้ว $0_{r \times m} A$ และ $A 0_{n \times r}$ มีค่าเท่าใด (ขั้นการสำรวจและหาความสัมพันธ์)

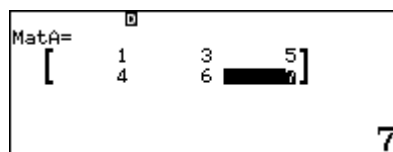
- เมื่อทำกิจกรรมข้อที่ 1 เสร็จ ครูและนักเรียนร่วมกันสรุป จะได้ข้อสรุปว่า เมื่อ $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ แล้ว
 $0_{r \times m} A = 0_{r \times n}$ และ $A 0_{n \times r} = 0_{m \times r}$ (ขั้นการสรุปความสัมพันธ์)

- จากกิจกรรมในใบกิจกรรมข้อที่ 2 นักเรียนจะได้ตรวจสอบว่า
เมื่อ $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ แล้ว $I_m A$ และ $A I_n$ มีค่าเท่าใด (ขั้นการสำรวจและหาความสัมพันธ์)

ตัวอย่างการใช้เครื่องคำนวณหาค่าของ $A I_3$ เมื่อ $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 4 & 6 & 7 \end{bmatrix}$

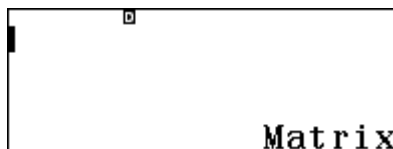
ซึ่งการคำนวณทำได้ดังนี้

- กำหนดเมทริกซ์ A



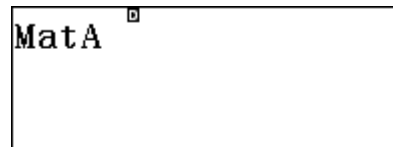
- คำนวณค่าของ $A I_3$ ตามขั้นตอนดังนี้

1) กด **AC**



2) กด **OPTN** **3**

1:Define Matrix
2>Edit Matrix
3:MatA 4:MatB
5:MatC 6:MatD



3) กด **OPTN** **▼** เพื่อเลื่อนไปยังคำสั่งต่างๆ ที่อยู่ในหน้าถัดไป

```
1:Define Matrix
2>Edit Matrix
3:MatA      4:MatB
5:MatC      6:MatD
```

4) จากนั้นกด **4** เพื่อเลือกคำสั่ง Identity

```
1:MatAns
2:Determinant
3:Transposition
4:Identity
```

5) ใส่มิติกด **3** **)**

```
MatAIdentity(3)
```

6) กด **=**

```
MatAns=
[ 1  3  5 ]
[ 4  6  7 ]
1
```

7. เมื่อทำกิจกรรมข้อที่ 2 เสร็จ ครูและนักเรียนร่วมกันสรุป ซึ่งจะได้ข้อสรุปว่า เมื่อ $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ แล้ว $I_m A = A$ และ $A I_n = A$ (ขั้นการสรุปความสัมพันธ์)

8. จากกิจกรรมในใบกิจกรรมข้อที่ 3 นักเรียนจะได้ตรวจสอบค่าของ $(A+B)^2$ ซึ่งนักเรียนมักเข้าใจคลาดเคลื่อนว่า $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$ (ขั้นการตรวจสอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน)

ตัวอย่างการตรวจสอบ เช่น กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 3 & 3 & 1 \\ 4 & -3 & 2 \end{bmatrix}$ และ $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 4 & 8 & 4 \\ 7 & 5 & -2 \end{bmatrix}$

ซึ่งการคำนวณทำได้ดังนี้

- กำหนดเมทริกซ์ A และ B

```
MatA=
[ 1  4  7 ]
[ 3  3  1 ]
[ 4 -3  2 ]
2

MatB=
[ 2  3  5 ]
[ 4  8  4 ]
[ 7  5 -2 ]
-2
```

- คำนวณค่าของ $(A+B)^2$

```
(MatA+MatB)^2
MatAns=
[ 153 122 71 ]
[ 153 180 139 ]
[ 47  99 142 ]
190
```

- คำนวณค่าของ $A^2 + 2AB + B^2$

MatAns=		
228	190	51
134	190	120
43	48	96
226		

- จึงสรุปได้ว่าในข้อนี้ $(A + B)^2 \neq A^2 + 2AB + B^2$

- จากกิจกรรมในใบกิจกรรมข้อที่ 4 นักเรียนจะได้ตรวจสอบค่าของ $(A - B)^2$ ซึ่งนักเรียนมักเข้าใจคลาดเคลื่อนว่า $(A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$ (ขั้นการตรวจสอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน) ซึ่งใช้กระบวนการเดียวกับข้อ 6 และสรุปได้ว่าในข้อนี้ $(A - B)^2 \neq A^2 - 2AB + B^2$
- จากกิจกรรมในใบกิจกรรมข้อที่ 5 นักเรียนจะได้ตรวจสอบค่าของ $(A + B)(A - B)$ ซึ่งนักเรียนมักเข้าใจคลาดเคลื่อนว่า $(A + B)(A - B) = A^2 - B^2$ (ขั้นการตรวจสอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน) ซึ่งใช้กระบวนการเดียวกับข้อ 6 และสรุปได้ว่าในข้อนี้ $(A + B)(A - B) \neq A^2 - B^2$
- ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะที่ 4 เรื่องการคูณเมทริกซ์(2) โดยไม่ใช่เครื่องคำนวณ (ขั้นการฝึกทักษะ)
- ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปสมบัติการคูณของเมทริกซ์

สื่อการเรียนรู้/แหล่งเรียนรู้

1. เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz
2. ใบกิจกรรมที่ 4 เรื่องการคูณเมทริกซ์ (2)
3. แบบฝึกทักษะที่ 4 เรื่องการคูณเมทริกซ์ (2)

การวัดผลและประเมินผล

1. ประเมินจากการทำใบกิจกรรมที่ 4
2. ประเมินจากการทำแบบฝึกทักษะที่ 4
3. ประเมินจากการตอบคำถามของนักเรียน

ใบกิจกรรมที่ 4

เรื่อง การคูณเมทริกซ์ (2)

คำชี้แจง ให้นักเรียนใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz หาผลคูณของเมทริกซ์ต่อไปนี้ และตอบคำถามท้ายใบกิจกรรม

1) จงหาค่าของผลคูณต่อไปนี้

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \\ -7 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \\ -2 & 1 & 5 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} =$$

จงเขียนข้อค้นพบจากข้อ 1)

.....

.....

2) จงหาค่าของผลคูณต่อไปนี้

ให้ $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 4 & 5 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 4 & 6 & 7 \end{bmatrix}$ และ $D = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 7 & 8 \\ 6 & 9 \end{bmatrix}$

$$AI_2 =$$

$$I_2A =$$

$$BI_3 =$$

$$I_3B =$$

$$CI_3 =$$

$$I_3D =$$

จงเขียนข้อค้นพบจากข้อ 2)

.....

.....

3) กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 3 & 3 & 1 \\ 4 & -3 & 2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 4 & 8 & 4 \\ 7 & 5 & -2 \end{bmatrix}$

$$(A+B)^2 =$$

$$A^2 + 2AB + B^2 =$$

จงเขียนข้อค้นพบจากข้อ 3)

.....

.....

4) กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 3 & 3 & 1 \\ 4 & -3 & 2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 4 & 8 & 4 \\ 7 & 5 & -2 \end{bmatrix}$

$$(A-B)^2 =$$

$$A^2 - 2AB + B^2 =$$

จงเขียนข้อค้นพบจากข้อ 4)

.....

5) กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 3 & 3 & 1 \\ 4 & -3 & 2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 4 & 8 & 4 \\ 7 & 5 & -2 \end{bmatrix}$

$$(A+B)(A-B) =$$

$$A^2 - B^2 =$$

จงเขียนข้อค้นพบจากข้อ 5)

.....

แบบฝึกทักษะที่ 4
เรื่อง การคูณเมทริกซ์ (2)

- 1) จงหาค่าของเมทริกซ์ต่อไปนี้ถ้าหาค่าได้

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 & 8 & 6 \\ 5 & 4 & -4 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \\ -7 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 7 & -3 & 4 \\ -2 & 1 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 6 & 3 \\ 9 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} =$$

- 2) จงหาค่าของเมทริกซ์ต่อไปนี้ถ้าหาค่าได้

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 & 8 & 6 \\ 5 & 4 & -4 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \\ -7 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 7 & -3 & 4 \\ -2 & 1 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 6 & 7 & 3 \\ 8 & 5 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} =$$

- 3) ให้ $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$ และ $B = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$ จงหา

3.1 $(A+B)^2 =$

3.2 $(A-B)^2 =$

3.3 $(A+B)(A-B) =$